2010 考研数学二真题及答案

一、选择题

1.函数$f(x)=\frac{x^2-x}{x^2-1}\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}$的无穷间断点的个数为

A0　B1　C2　D3

2.设y_1,y_2是一阶线性非齐次微分方程$y'+p(x)y=q(x)$的两个特解，若常数λ,μ使$\lambda y_1+\mu y_2$是该方程的解，$\lambda y_1-\mu y_2$是该方程对应的齐次方程的解，则

A $\lambda=\frac{1}{2},\mu=\frac{1}{2}$　B $\lambda=-\frac{1}{2},\mu=-\frac{1}{2}$

C $\lambda=\frac{2}{3},\mu=\frac{1}{3}$　D $\lambda=\frac{2}{3},\mu=\frac{2}{3}$

3.曲线$y=x^2$与曲线$y=a\ln x(a\neq 0)$相切，则$a=$

A4e　B3e　C2e　De

4.设m,n为正整数,则反常积分$\int_0^1\frac{\sqrt[m]{\ln^2(1-x)}}{\sqrt[n]{x}}dx$的收敛性

A 仅与m取值有关　B 仅与n取值有关

C 与m,n取值都有关　D 与m,n取值都无关

5.设函数$z=z(x,y)$由方程$F(\frac{y}{x},\frac{z}{x})=0$确定,其中$F$为可微函数,且$F_2'\neq 0$,则$x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=$

A x　B z　C $-x$　D $-z$

6.(4) $\lim\limits_{x\to\infty}\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n}\frac{n}{(n+i)(n^2+j^2)}=$

A $\int_0^1dx\int_0^x\frac{1}{(1+x)(1+y^2)}dy$　B $\int_0^1dx\int_0^x\frac{1}{(1+x)(1+y)}dy$

C $\int_0^1 dx\int_0^1 \frac{1}{(1+x)(1+y)}dy$　　　D $\int_0^1 dx\int_0^1 \frac{1}{(1+x)(1+y^2)}dy$

7.设向量组$I:\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\ \alpha_{r可由向量组}$II：$\beta_1$，$\beta_2$,…，$\beta_s$线性表示，下列命题正确的是：

A 若向量组 I 线性无关，则$r\le s$　　B 若向量组 I 线性相关，则 r>s

C 若向量组 II 线性无关，则$r\le s$　　D 若向量组 II 线性相关，则 r>s

8.设$\mathbf{A}$为 4 阶对称矩阵,且$\mathbf{A}^2+\mathbf{A}=0$,若$\mathbf{A}$的秩为 3,则$\mathbf{A}$相似于 A

$\begin{pmatrix}1&&&\\&1&&\\&&1&\\&&&0\end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix}1&&&\\&1&&\\&&-1&\\&&&0\end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix}1&&&\\&-1&&\\&&-1&\\&&&0\end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix}-1&&&\\&-1&&\\&&-1&\\&&&0\end{pmatrix}$

二填空题

9.3 阶常系数线性齐次微分方程$y'''-2y''+y'-2y=0$的通解

y=__________

10.曲线$y=\frac{2x^3}{x^2+1}$的渐近线方程为________________

11.函数$y=\ln(1-2x)在x=0处的n阶导数y^{(n)}(0)=$__________

12.当$0\le\theta\le\pi时，对数螺线r=e^{\theta}的弧长为$__________

13.已知一个长方形的长 l 以 2cm/s 的速率增加，宽 w 以 3cm/s 的速率增加，则当 l=12cm,w=5cm 时，它的对角线增加的速率为

____

所以　$S'(t_0)=\frac{x(t_0)x'(t)+y(t)y'(t_0)}{\sqrt{x^2(t_0)+y^2(t_0)}}=\frac{12\cdot2+5\cdot3}{\sqrt{12^2+5^2}}=3$

14.设 A，B 为 3 阶矩阵，且

$|A|=3,|B|=2,|A^{-1}+B|=2,则|A+B^{-1}|=$__________。

三解答题

15. 求函数$f(x)=\int_1^{x^2}(x^2-t)e^{-t^2}dt$的单调区间与极值。

16.(1)比较$\int_0^1|\ln t|[\ln(1+t)]^n dt$与$\int_0^1 t^n|\ln t|dt(n=1,2,\cdots)$的大小,说明理由.

(2)记$u_n=\int_0^1|\ln t|[\ln(1+t)]^n dt(n=1,2,\cdots)$, 求极限$\lim\limits_{x\to\infty}u_n$.

17.设函数 y=f(x)由参数方程

$\begin{cases}x=2t+t^2,\\ y=\psi(t),\end{cases}(t>-1)$所确定，其中$\psi(t)$具有2阶导数，且$\psi(1)=\frac{5}{2}$,

$\psi'(1)=6$，已知$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{3}{4(1+t)}$,求函数$\psi(t)$。

18.一个高为 l 的柱体形贮油罐，底面是长轴为 2a,短轴为 2b 的椭圆。现将贮油罐平放，当油罐中油面高度为$\frac{3}{2}b$时，计算油的质量。（长度单位为 m，质量单位为 kg，油的密度为$\rho kg/m^3$）

19.

设函数$u=f(x,y)$具有二阶连续偏导数，且满足等式$4\frac{\partial^2u}{\partial x^2}+12\frac{\partial^2u}{\partial x\partial y}+5\frac{\partial^2u}{\partial y^2}=0.$

确定a,b的值，使等式在变换$\xi=x+ay,\eta=x+by$下简化$\frac{\partial^2u}{\partial\xi\partial\eta}=0$

20. 计算二重积分$I=\iint\limits_D r^2\sin\theta\sqrt{1-r^2\cos2\theta}drd\theta$,其中$D=\{(r,\theta)\big|0\le r\le\sec\theta,0\le\theta\le\frac{\pi}{4}\}$.

21.设函数 f(x)在闭区间[0,1]上连续，在开区间(0,1)内可导，且 f(0)=0,f(1)=$\frac{1}{3}$,证明：存在$\xi\in(0,\frac{1}{2}),\eta\in(\frac{1}{2},1)$,使得$f'(\xi)+f'(\eta)=\xi^2+\eta^2$.

22.

设$A=\begin{pmatrix}\lambda & 1 & 1\\ 0 & \lambda-1 & 0\\ 1 & 1 & \lambda\end{pmatrix}$,$b=\begin{pmatrix}a\\ 1\\ 1\end{pmatrix}$.已知线性方程组$Ax=b$存在2个不同的解。

(1) 求λ、a.

(2)求方程组$Ax=b$的通解。

23.设$A=\begin{pmatrix}0 & -1 & 4\\ -1 & 3 & a\\ 4 & a & 0\end{pmatrix}$，正交矩阵 Q 使得$Q^T AQ$为对角矩阵，若 Q 的第一列为$\frac{1}{\sqrt{6}}(1,2,1)^T$，求 a、Q.